CLARIFICĂRI ŞI ECHIVALENȚE: RAZELE ROȚILOR

CLARIFICATIONS AND EQUIVALENCES: WHEEL RADII

REZUMAT: *Comunicarea de specialitate impune în primul rând un vocabular comun, neechivoc, cunoscut și acceptat. Pentru România, inovația tehnică în domeniul ingineriei autovehiculelor și transporturilor rutiere a avut în diferite etape istorice surse științifice și tehnologice în țări puternic industrializate precum Germania, Franța, Marea Britanie, Statele Unite ale Americii. Această infuzie eterogenă (dar benefică industriei și învățământului universitar de profil) a condus însă la unele confuzii, perpetuate inclusiv în lucrări științifice prezentate sau publicate în ultima vreme. Lucrarea de față propune clarificarea unor aspecte specifice vocabularului limbilor română și engleză (SUA) aplicabile în studierea ingineriei autovehiculelor.*
Keywords: *automotive, whell, whell radii*

Prof. dr. ing.
Ion PREDA[1]
pion@utbv.ro

Prof. dr. ing.
Corina SANDU[2]
csandu@vt.edu

1 Universitatea „Transilvania" din Brașov, Departamentul de Autovehicule și Transporturi, B-dul Eroilor, Nr. 29, 500036 BRȘOV, România
2 Virginia Tech, Mechanical Engineering Department, 106 Randolph Hall, 460 Old Turner St., Blacksburg, VA 2406, SUA

1. INTRODUCTION

Wheels, which in the context of this paper mean the rim and tire assembly, have a decisive influence on vehicle performance. For this reason, the vehicle dynamics literature employs several definitions of the wheel radius, as needed, for performing various types of calculations, depending on the scope of the study. This is primarily due to the fact that the tires can undergo significant deformations; navigating on deformable ground also influences the definition of the wheel radii.

The purpose of this article is to provide people interested in vehicle dynamics (engineers, students, teachers) with a compact set of definitions and linguistic equivalences between Romanian and English terms. This idea started from the observation that there are numerous ambiguities and confusions in the definition and use of wheel radii in Romanian language papers related to vehicle dynamics. In fact, significant differences between the definitions can also be found in the specialized publications available in English.

Two extremely valuable and useful standards developed by two prestigious societies, Society of Automotive Engineers (SAE) [1] and International Society for Terrain-Vehicle Systems (ISTVS) [2], have been particularly helpful in clarifying the terms of interest for this study.

In an attempt to eliminate any confusion and in order to properly and precisely define the meanings related to the different wheels radii, the authors found it useful to have the text written side by side, both in English and in Romanian. The information that follows, presented very succinctly, is based on an extensive bibliography; due to space limitation, only a few significant publications are included here.

Most of the following definitions and notations were adopted according to [1] and [2]; some critical observations were made, and other frequently used notions found in other works were presented, too. In the following, if multiple names are used for the same notion, the first one is the one preferred by the authors.

2. SUPPLEMENTARY DEFINITIONS

To facilitate the understanding of different wheel radii meaning, additional definitions must be introduced first:

• *velocity* indicates a vector (with magnitude and orientation); *speed* is the magnitude of velocity.

• *torque* and (*angular*) *moment*: *torque* - rotating force: force that causes

1. INTRODUCERE

Roțile au o influență hotărâtoare asupra performanței autovehiculelor. Din acest motiv, literatura specifică dinamicii autovehiculelor utilizează mai multe definiții ale razelor roților, după cum este necesar pentru efectuarea diferitelor calcule, în funcție de scopul studiului respectiv. Acest lucru este în principal datorat faptului că pneurile pot suferi deformații semnificative; operarea pe sol deformabil influențează de asemenea definiția razei roții.

Scopul articolului de față este de a veni în ajutorul persoanelor interesate de dinamica autovehiculelor (ingineri, studenți, profesori) cu un set compact de definiții și echivalențe lingvistice între termeni din limba română și din limba engleză.

Ideea scrierii lui a venit ca urmare a constatării că în lucrările de specialitate de limbă română se întâlnesc numeroase neclarități și confuzii în definirea și utilizarea razelor roților. De altfel, diferențe semnificative între definiții se constată și în articolele și cărțile de specialitate disponibile în limba engleză.

Un ajutor deosebit pentru clarificarea termenilor îl reprezintă existența a două standarde, extrem de valoroase și utile, realizate de două societăți prestigioase: Society of Automotive Engineers (SAE) [1] și International Society for Terrain-Vehicle Systems (ISTVS) [2].

În încercarea de a stabili cu precizie sensurile legate de diferitele raze ale roților și pentru a elimina orice confuzie, autorilor li s-a părut util ca textul să fie scris în paralel, atât în limba engleză cât și în limba română. Informațiile care urmează, prezentate foarte succint, se bazează pe o bibliografie amplă, mai jos fiind indicate, din lipsă de spațiu, doar câteva titluri semnificative.

Majoritatea definițiilor și notațiilor care urmează au fost adoptate în conformitate cu [1] și [2], făcându-se însă observații critice și prezentându-se și alte utilizări frecvente ale noțiunilor așa cum se întâlnesc și în alte lucrări. În cazul în care în continuare sunt prezentate mai multe denumiri pentru aceeași noțiune, prima este cea preferată de autori.

2. DEFINIȚII SUPLIMENTARE

Pentru facilitarea înțelegerii semnificației diferitelor raze ale pneurilor, mai întâi trebuie introduse alte definiții suplimentare:

• vectorul *viteză* are magnitudine și orientare; scalarul *viteză* este magnitudinea (mărimea) vectorului viteză.

• *cuplu* și *moment* (*unghiular*): *cuplu* - sistem de două forțe egale și de

rotation, twisting, or turning, for example, the force generated by an internal-combustion engine to turn a vehicle's drive shaft; ability to overcome resistance: the measurement of the ability of a rotating gear or shaft to overcome turning resistance [3]; *moment* – tendency to produce rotation: a tendency to cause motion, especially rotation; product of force times distance: the product of a quantity, for example, force, multiplied by its perpendicular distance from a given point [3].
(The two previous definitions are a little different from the ones in the Romanian dictionary [4].)

• *drive wheel* (*driving wheel*) represents a wheel at which propelling torque (trying to increase the wheel's rotational speed) is applied; the wheel is able to generate longitudinal force at the hub (denoted by *DP* in the figure 1).

• *braking wheel*, a wheel at which braking torque is applied (trying to stop its rotation); the wheel is able to generate braking force at the hub.

• *free rolling wheel* (sometime called *driven wheel* or *pulled wheel* [5]), corresponds to the case when no torque is applied to the wheel; the wheel rotates due to a force generated at the contact with the ground [1],[6],[7],[8]; to sustain the movement of a free rolling wheel, a pushing force must be applied at the hub (a force of opposite orientation as *DP* in the figure 1).

• *pure rolling wheel*, a wheel at which the torque applied is the one needed to sustain a constant speed movement (to overcome the rolling resistance) [7]; in other words, the tangential velocity at the wheel in the contact patch matches the velocity of the vehicle (i.e., there is no global slip in the contact patch); also, no longitudinal force (net tractive force) is generated by the tire; a particular case is represented by a *straight pure rolling wheel*, which is a pure-rolling wheel moving in a straight line at zero camber angle and zero side-slip angle.

• *neutral rolling wheel*, a wheel at which both a small torque (to overcome the rolling resistance generated by the tire) and a small pushing force at the hub (to overcome the rolling resistance generated by the ground) are applied in order to sustain a constant speed movement [19],[9],[5]; obviously, this definition corresponds to the rolling on soft grounds, because the rolling resistance component generated by the ground is negligible.

The following notations will be used in this paper:

• α – (*side*) *slip angle* of the wheel.

• ω – *current angular speed* of the wheel.

• ω_{ref} – *reference angular speed of the wheel* [10] (for free, pure, or neutral rolling).

• ω_0 – *reference angular speed of the wheel in the case of pure-rolling* (in SAE and European conventions).

• V_w – *wheel actual linear speed* (travel speed of the wheel center).

• V_x – *wheel actual linear speed along the wheel longitudinal direction* ($V_x = V_w \cdot \cos\alpha$).

With the help of the current and reference angular speeds (ω and ω_{ref}), the *wheel longitudinal slip* (σ) can be computed. Different definitions equations exist for it [11], but these will not be presented here.

• *X* – *longitudinal force*, the component of the tire (grip) force in the longitudinal direction of the wheel [1].

• *(net) tractive force*, the component of the tire grip force in the direction of travel of the center of tire contact [1].

As can be seen, the two forces are generally different, being identical only if the wheel is not sliding laterally. Even so, the name "net tractive force" is used almost always instead of "longitudinal

sensuri opuse [4]; *moment* - mărime fizică care caracterizează localizarea sau repartiția spațială a unei alte mărimi în raport cu un punct, cu o axă sau cu un plan [4]; mărime egală cu produsul dintre valoarea unei mărimi date și una sau mai multe distanțe în raport cu un punct, o axă sau un plan; deși definițiile sunt diferite, în dinamica autovehiculelor ele sunt folosite ca și cum ar fi echivalente, cuvântul *cuplu* (motor sau de frânare) fiind folosit adesea pentru a indica noțiunea de *moment* unghiular.
(Cele două definiții anterioare sunt puțin diferite față de cele din dicționarul american [3].)

• *roată motoare* (*roată motrice*) reprezintă o roată la care se aplică un cuplu motor (încercând să-i mărească viteza de rotație); roata este capabilă să genereze forță longitudinală la butuc (indicată prin *DP* în figura 1).

• *roată frânată*, roată la care se aplică cuplu de frânare (încercând să oprească rotația acesteia); roata este capabilă să genereze forță de frânare la butuc.

• *roată liberă* (denumită și *roată împinsă* sau *roată trasă* [5]), corespunde cazului în care nu se aplică cuplu la roată; roata se rotește datorită unei forțe generate la contactul cu terenul [1],[6],[7],[8]; pentru susținerea mișcării unei roți libere, o forță de împingere trebuie aplicată la butuc (o forță cu orientare inversă față de *DP* din figura 1).

• *roată cu rulare pură*, roată la care se aplică cuplul necesar pentru a susține mișcarea cu viteză constantă (pentru a învinge rezistența la rulare) [7]; cu alte cuvinte, viteza tangențială la roată în pata de contact este egală cu viteza vehiculului (nu exista alunecare globală în pata de contact); de asemenea, pneul nu generează forță longitudinală de aderență (forță netă de tracțiune); un caz particular este reprezentat de o *roată cu rulare pură în linie dreaptă*, care este o roată ce se mișcă în linie dreaptă, având unghiuri de cădere și de alunecare laterală egale cu zero.

• *roată cu rulare neutră*, o roată la care se aplică atât un cuplu mic (pentru învingerea rezistenței la rulare generate de pneu), cât și o forță mică de împingere la butuc (pentru învingerea rezistenței la rulare generate de teren) pentru a menține o mișcare cu viteză constantă [19],[9],[5]; evident, această definiție corespunde rulării pe terenuri moi, deoarece componenta generată de sol a rezistenței la rulare este neglijabilă.

Următoarele simboluri vor fi utilizate in continuare:

• α – *unghi de alunecare (laterală)* al roții.

• ω – *viteza unghiulară curentă* a roții.

• ω_{ref} – *viteza unghiulară de referință a roții* [10] (pentru rulare liberă, pură sau neutră).

• ω_0 – *viteza unghiulară de referință a roții în cazul rulării pure* (în convențiile SAE și europeană).

• V_w – *viteza liniară reală a roții* (viteza de deplasare a centrului roții).

• V_x – viteza liniară reală a roții pe direcția longitudinală a roții ($V_x = V_w \cdot \cos\alpha$).

Cu ajutorul vitezelor unghiulare curentă și de referință (ω și ω_{ref}) se poate calcula *alunecarea longitudinală a roții* (σ). Există diferite relații pentru definirea acesteia [11], care însă nu vor fi prezentate aici.

• *X* – *forța longitudinală*, componenta forței de aderență a pneului în direcția longitudinală a roții [1].

• *forța de tracțiune netă*, componenta forței de aderență a pneului în direcția de deplasare a centrului zonei de contact [1]. După cum se poate vedea, cele două forțe sunt în general diferite, fiind identice doar dacă roata nu alunecă lateral. Cu toate acestea, denumirea "forța de tracțiune netă" este folosită aproape întotdeauna în locul cele de "forța

force". To avoid supplementary explanations, we will do so in this paper, too.

Other two important notions, *gross tractive force* and *rolling resistance force*, will be presented at the end of the next section.

3. RADII

• r_u (r_0) – *unloaded (tire) radius* [2] (*undeflected tire radius* [1], *radius of the free tire* [12],[13], *free radius* [6],[14], *design radius* [5]), the radius of the unloaded tire inflated to normal recommended pressure; this radius is very important to establish the necessary space to mount the wheel on the vehicle.

• r_l – *loaded (tire) radius*, is defined in [2] as the distance from the wheel rotation axis to the point corresponding to the largest soil deformation in the direction perpendicular to the original, undisturbed soil surface, as shown in figure 1.a. This description, clear for deformable ground surfaces, is no longer acceptable for hard surfaces (which are practically undeformable). The SAE definition [1] "the distance from the center of tire contact to the wheel center measured in the wheel plane" can be applied only for undeformable surface and wheels with no camber and no toe angles.

The deficiency of the SAE definition has been noted before, for example in [7], for the tires that develop lateral forces (and deformations) or present non-zero camber angles (e.g., the case of cornering motorcycles being the most evident), as shown in figure 2.

Taking into consideration the aspects presented here, a better definition, valid for a wheel which is rolling or stands on a hard surface, may be: *the distance measured in the plane of the wheel from the wheel center to the ground plane*, shown in figure 2.

• r_s – *static loaded radius*, the loaded radius of a stationary tire, inflated to normal recommended pressure [1],[14].

• $r_r=r_e=V_x/\omega$ – *effective* (*current*) *rolling radius*, the ratio of the linear speed of the wheel center in the wheel longitudinal direction to the current angular speed [1],[6],[13],[19],[2].

• $r_k=V_x/\omega_{ref}$ – *rolling radius* [2], named also *kinematic radius* [15], is the reference rolling radius and is defined as the ratio of the linear speed V_x of the wheel center in the wheel longitudinal direction to the reference angular speed ω_{ref}; this radius (which can't be measured directly) is calculated from the kinematic parameters (V_x and ω_{ref}) of an wheel at zero slip angle and zero camber angle (i.e., the wheel is not sliding laterally and its plane is perpendicular to the ground) [7],[16]; for a pure rolling wheel, $\omega_{ref}=\omega_0$; rolling radius is a special case of effective rolling radius under a zero longitudinal slip condition ($\sigma=0$); being used to define the longitudinal slip of the wheel, the rolling radius allows establishing a functional connection between the longitudinal grip force (net tractive force) X and the kinematics of the wheel (rim) [7],[11].

• $d_r=2\cdot\pi\cdot r_k$ – *rolling circumference* [6], the distance covered by a point on the circumference when the tire revolves once; the *rolling circumference indicated by the manufacturer* corresponds to a straight pure rolling wheel (with null slip and camber angles), not developing grip force, and is measured at 60 km/h (37 mph). The *rolling radius* that corresponds to this rolling circumference is often used in common computations. This may lead to inaccuracies if used inappropriately, especially for deformable tires negotiating deformable terrains.

• $r_d=M_w/F_w$ – *dynamic radius* [6] (*torque radius* [2], *moment arm* [5], *kinetic rolling radius* [15]), the ratio of the input torque over the gross tractive force; the distance from the axis of rotation of the wheel to the

longitudinală". Pentru a se evita explicații suplimentare, și în acest text se va proceda la fel. Alte două noțiuni importante, *forța la roată (forța de tracțiune brută)* și *forța de rezistență la rulare,* vor fi prezentate la finalul secțiunii următoare.

3. RAZE

• r_u (r_0) – *raza liberă* [6], [14] (*raza pneului neîncărcat* [2], *raza pneului nedeformat* [1], *raza de proiectare* [5]), raza pneului neîncărcat cu forțe, umflat la presiunea normală recomandată; aceasta rază este foarte importantă pentru stabilirea spațiului necesar pentru montarea roții pe vehicul.

• r_l – *raza pneului încărcat* este definită în [2] ca distanța de la axa de rotație a roții până la punctul corespunzător deformației maxime a solului pe direcție perpendiculară pe suprafața inițială a solului (neafectată de trecerea pneului), după cum este prezentat în figura 1.a. Această descriere, clară pentru suprafețe de teren deformabile, nu mai este acceptabilă pentru suprafețe tari (care sunt practic nedeformabile). Definiția SAE [1] "*distanța de la centrul petei de contact a pneului la centrul roții măsurată în planul roții*" nu poate fi aplicată decât pentru suprafață nedeformabilă și roată cu unghiuri de cădere și de deviere laterală egale cu zero. Deficiența definiției SAE a mai fost sesizată, de exemplu în [7], pentru pneurile care dezvoltă forțe (și deformații) laterale sau prezintă unghiuri de cădere nenule (cazul motocicletelor aflate în viraj fiind cel mai evident), cum se vede în figura 2.

Luând în considerare aspectele prezentate aici, o definiție mai bună, valabilă pentru o roată care rulează sau se sprijină pe o suprafață tare, ar fi: *distanța măsurată în planul roții de la centrul roții până la planul solului*, ca în figura 2.

• r_s – *raza statică*, raza pneului încărcat a unui pneu staționar, umflat la presiunea normală recomandată [1],[14].

• $r_r=r_e=V_x/\omega$ – *raza de rulare efectivă* (*curentă*), raportul dintre viteza lineară a centrului roții în direcția longitudinală a roții și viteza unghiulară curentă [1],[6],[13],[19],[2].

• $r_k=V_x/\omega_{ref}$ – *raza de rulare* [2], numită și *raza cinematică* [15], este raza de rulare de referință și este definită ca raportul dintre viteza liniară V_x a centrului roții în direcția longitudinală a roții și viteza unghiulară de referință ω_{ref}; această rază (care nu poate fi măsurată direct) este calculată din parametrii cinematici (V_x și ω_{ref}) ai unei roți la unghiul de alunecare zero și la unghiul de cădere zero (adică roata nu alunecă lateral și planul său este perpendicular pe sol) [7],[16]; pentru o roată cu rulare pură, $\omega_{ref}=\omega_0$; raza de rulare este un caz special de rază de rulare efectivă în condiții de alunecare longitudinală zero ($\sigma=0$); fiind folosită în definirea alunecării longitudinale a roții față de cale, raza de rulare permite stabilirea unei legături funcționale între forța de aderență longitudinală (forța netă de tracțiune) X și cinematica (jantei) roții [7],[11].

• $d_r=2\cdot\pi\cdot r_k$ – *circumferința de rulare* [6], distanța parcursă de un punct de pe circumferință atunci când pneul se rotește o dată; *circumferința de rulare indicată de fabricant* corespunde unei roți "drepte" (cu unghiuri nule de alunecare și de cădere), care nu dezvoltă forță de aderență și se măsoară la 60 km/h (37 mph). *Raza de rulare* corespunzătoare acestei circumferințe de rulare este folosită adesea în calcule obișnuite. Acest lucru poate duce la rezultate imprecise, mai ales la deplasarea roților cu pneuri deformabile pe teren deformabil.

• $r_d=M_w/F_w$ – *raza dinamică* [6] (*raza momentului la roată* [2],[5]), raportul dintre momentul la roată și forța la roată (forța de tracțiune brută); distanța dintre axa de rotație a roții și suportul forței de reacțiune a solului paralelă cu suprafața inițială a solului (suportul forței

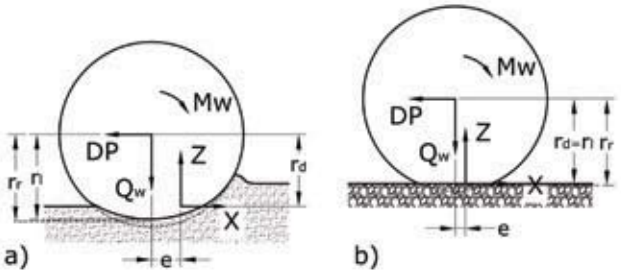

Fig. 1 – Planar model of a wheel with tire [11]:
a) on deformable ground; b) on undeformable ground.
Model plan al unei roți cu pneu:
a) pe teren deformabil; b) pe teren nedeformabil.

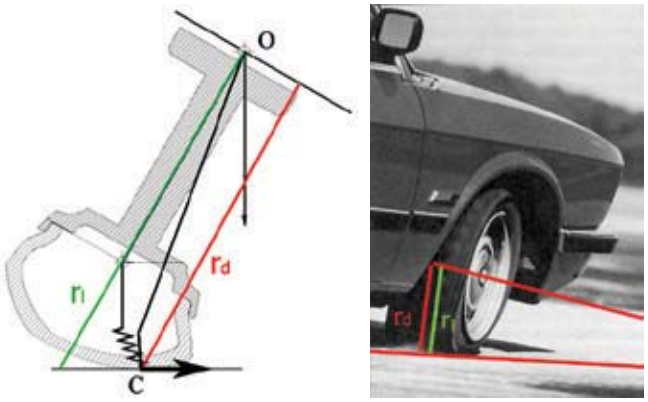

Fig. 2 – Influence of the camber angle and lateral deflection of the wheel over the dynamic radius r_l and torque radius r_d.
Influența unghiului de cădere și a deformației laterale ale pneului asupra razei pneului încărcat r_l și razei dinamice r_d.

$$M_w - M_r - X \cdot r_d = J_w \cdot \frac{d\omega_w}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{M_w}{r_d} - \frac{M_w}{r_d} - X = F_w - R_r - X = \frac{I_w}{r_d} \cdot \frac{d\omega_w}{dt} \quad (2)$$

action line of the ground reaction parallel with the unperturbed ground surface (the support line of the longitudinal grip force), as seen in figure 1; even though the definition is simple, measurement or estimation by computation of the dynamic radius is extremely difficult on soft terrains; on hard grounds, it is equal with the loaded radius r_l (because the grip force acts at the ground level); it is used to link forces and moments applied to a wheel.

The significance of the *gross tractive force* and *rolling resistance force* can be obtained using Newton's second law for the rotation movement of the wheel, using the scheme and notation from figure 1. This takes the form of equation 1.

Here, the meaning of the terms is: M_w – wheel torque; M_r – rolling resistance torque; X – longitudinal force (net tractive force); J_w – equivalent moment of inertia of the wheel; ω_w – angular speed of the wheel. Then, dividing equation 1 by the dynamic radius r_d, equation 2 results. This includes the definitions for the gross tractive force ($F_w=M_w/r_d$) and rolling resistance force ($R_r=M_r/r_d$). Also, equation 2 gives a possibility to obtain the rolling resistance force for a free rolling wheel ($M_w=0$) with constant angular speed (ω_w=ct): $R_r=X$, and, further, to obtain the gross tractive force in stationary regime (ω_w=ct): $F_w=X+R_r$. Care should be taken when using this method to estimate the gross tractive force (in order to deduce the rolling radius r_d on soft soil), as it is applicable only under these particular conditions.

4. FINAL OBSERVATIONS

While the unloaded radius r_u and the loaded radius r_l are directly measurable, the effective rolling radius r_r and the rolling radius r_k can only be computed from the linear and angular speeds of the wheel.

Because the longitudinal grip force X is obtained by the integration of the elementary forces developed in the contact surface, the next statements can be made for a wheel with zero camber angle:

• on soft ground, dynamic radius will be always smaller than the loaded radius, $r_d<r_l$, as can be seen in figure 1.a; this also means that the dynamic radius r_d can't be directly measured, but only approximatively computed by measuring the wheel torque and estimating the gross tractive force (details on the estimation ways can be found, for ex., in [19],[17],[11]);

longitudinale de aderență), după cum se poate observa in figura 1; deși definiția este simplă, măsurarea sau estimarea prin calcul a razei dinamice este extrem de dificilă pe terenuri moi; pe terenuri tari, este egală cu raza pneului încărcat r_l (întrucât forța de aderență acționează la nivelul suprafeței căii); este folosită pentru a face legătura între forțele și momentele aplicate unei roți.

Semnificația *forței la roată* și a *forței de rezistență la rulare* R_r poate fi obținută aplicând legea a doua a lui Newton pentru mișcarea de rotație a roții, folosind schema și notațiile din figura 1. Aceasta ia forma ecuației 1. Aici, s-au folosit notațiile: M_w – moment la roată; M_r – moment de rezistență la rulare; X – forță longitudinală (forță netă de tracțiune); J_w - moment de inerție echivalent al roții; ω_w – viteză unghiulară a roții. Apoi, prin împărțirea ecuației 1 cu raza dinamică r_d, rezultă ecuația 2. Aceasta include definițiile forței la roată ($F_w=M_w/r_d$) și a forței de rezistență la rulare ($R_r=M_r/r_d$). De asemenea, ecuația 2 dă posibilitatea de a obține forța de rezistență la rulare pentru o roată cu rulare liberă ($M_w=0$) la viteză unghiulară constantă (ω_w=ct): $R_r=X$, și, apoi, de a obține forța la roată în regim staționar (ω_w=ct): $F_w=X+R_r$. Însă trebuie precauție atunci când este utilizată această metodă de estimare a forței la roată (în scopul deducerii razei de rulare r_d pe terenuri moi), întrucât este aplicabilă doar în aceste condiții particulare.

4. OBSERVAȚII FINALE

Pe când raza liberă r_u și raza pneului încărcat r_l sunt măsurabile în mod direct, razele de rulare efectivă r_r și cinematică r_k pot fi doar calculate pe baza vitezelor lineară și unghiulară ale roții.

Deoarece forța longitudinală de aderență X se obține prin integrarea forțelor elementare dezvoltate in suprafața de contact, pot fi făcute următoarele afirmații pentru o roată cu unghi de cădere zero:

• pe teren moale, raza dinamică va fi întotdeauna mai mică decât raza pneului încărcat, $r_d<r_l$, așa cum se poate vedea în figura 1.a; aceasta înseamnă însă și că raza dinamică r_d nu poate fi măsurată direct, ci doar calculată aproximativ prin măsurarea momentului la roată și estimarea forței la roată (detalii despre modul de estimare pot fi găsite, de ex., în [19],[17],[11]);

• pe teren tare, raza dinamică r_d este egală cu raza pneului încărcat,

• on hard ground, the dynamic radius r_d is equal with the loaded radius, r_d=r_l, as shown in figure 1.b (because the support of the net tractive force is placed on the ground plane); that means the dynamic radius r_d can be directly measured; the experimental determination can be made using distance sensors placed inside or outside the tire or by image processing.

The magnitudes of the rolling radius r_k and loaded radius r_l are significantly modified by changes of tire inflation pressure, tire normal load, and travelling speed. Moreover, the loaded radius r_l is affected also by the wheel torque [17],[11].

From the catalog data provided by the tire manufacturers, it can be estimated that, for most automobile tires (with null camber), the rolling radius is 4-8% greater than the static loaded radius, r_k=(1.04-1.08)r_s, and 4-6% smaller than the unloaded radius, r_k=(0,94…0,96)r_u.

In many cases, the rolling radius and dynamic radii (r_k and r_d) are confused or used as if they were equivalent.

Often, for demonstrations and usual computations, only a single value is considered for all loaded, dynamic, and rolling radii [6],[18]: a calculation radius. But, since significant differences exist between the values of these radii and, even more, this calculation radius is assumed constant, the results obtained in these cases may be significantly affected by errors [17],[11].

For example, due to the large camber angles that may appear at motorcycles ride, the dynamic radius during turning becomes (much) smaller than the one during straight line movement, as it can be seen in figure 2. Moreover, its approximation with the loaded radius is not acceptable. Also, the tire lateral deflection will accentuate the previously indicated phenomenon for the wheels with camber angle through the inner side of the curve (as for motorcycles), but will diminish it at the wheel inclining through outside, as shown in figure 2.

Finally, it must be emphasized that the definitions of loaded, dynamic, and rolling radii were presented here in the assumed hypothesis that the ground surface would be flat before the tire pass. If this assumption is not met (for example when going up or down a curb, rolling on curved surfaces, as when testing on roller benches, or driving over uneven ground), the definitions for dynamic and rolling radii remain generally valid, but the loaded radius is not defined (at least to the authors' knowledge).

r_d=r_l, cum se vede in figura 1.b (fiindcă suportul forței de tracțiune nete se află în planul terenului); aceasta înseamnă că raza dinamică r_d poate fi măsurată direct; determinarea experimentală se poate face folosind senzori de distanță plasați interior sau exterior pneului sau prin prelucrarea imaginilor.

Mărimile razei de rulare r_k și a razei pneului încărcat r_l se modifică în mod semnificativ la schimbarea presiunii din pneu, a încărcării pneului cu forța normală pe sol și a vitezei de deplasare. În plus, raza pneului încărcat r_l este afectată și de momentul la roată [17],[11].

Pe baza datelor de catalog furnizate de fabricanții de pneuri, se poate estima că, la majoritatea pneurilor de autoturisme (cu cădere nulă), raza de rulare este cu 4-8% mai mare ca raza statică, r_k=(1,04-1,08)r_s, și cu 4-6% mai mică decât raza liberă: r_k=(0,94-0,96)r_u.

În multe cazuri, raza de rulare și raza dinamică (r_k și r_d) sunt confundate sau sunt folosite interschimbabil.

Adesea, pentru demonstrații și calcule obișnuite se consideră o singură valoare pentru razele pneului încărcat, dinamică și de rulare [6],[18]: o raza de calul. Dar, deoarece există diferențe semnificative între valorile acestor raze și, mai mult, această rază de calul este considerată constantă, rezultatele obținute in aceste calcule pot fi semnificativ afectate de erori [17],[11].

De exemplu, din cauza unghiurilor de cădere mari ce pot apărea la deplasarea motocicletelor, raza dinamică în viraj devine (mult) mai mică decât la deplasarea în linie dreapta, după cum se poate vedea în figura 2. În plus, nici aproximarea ei cu raza pneului încărcat nu este acceptabilă. De asemenea, deformația laterală a pneului va accentua fenomenul indicat anterior la roțile cu unghi de cădere spre interiorul curbei (ca la motociclete), dar îl va diminua la înclinarea roții spre exterior, cum se vede in figura 2.

În final trebuie precizat că definițiile razelor pneului încărcat, dinamică și de rulare au fost indicate în ipoteza subînțeleasă că suprafața terenului ar fi plană înainte de trecerea pneului. În cazul neîndeplinirii acestei ipoteze (de exemplu la urcarea sau coborârea unei borduri, rularea pe suprafețe curbe, ca la testarea pe standuri cu role, sau la deplasarea pe suprafețe denivelate), definițiile pentru razele dinamică și de rulare rămân valabile în general, dar raza pneului încărcat nu este definită (cel puțin după cunoștințele autorilor).

REFERENCES / BIBLIOGRAFIE:

[1] SAE, „SAE J670e, Vehicle Dynamics Terminology (revised 2008-01-24)," Society of Automotive Engineers, Inc., 1976.
[2] R. He *et al.*, "Updated Standards of the International Society for Terrain-Vehicle Systems," *Journal of Terramechanics,* vol. 91, pp. 185-231, 2020/10/01/, 2020.
[3] „Microsoft Encarta Reference Library," Microsoft Corporation, 2002.
[4] „DEXonline. Dicționare ale limbii române (Dictionary of Romanian language). 2022."
[5] H. D. Kutzbach, A. Bürger, and S. Böttinger, "Rolling radii and moment arm of the wheel load for pneumatic tyres," *Journal of Terramechanics,* vol. 82, pp. 13-21, 2019.
[6] M. Untaru *et al.*, *Dinamica autovehiculelor pe roți (Dynamics of wheeled vehicles)*, Bucharest: Editura Didactică și Pedagogică, 1981.
[7] M. Guiggiani, *The Science of Vehicle Dynamics – Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars*: Springer, 2014.
[8] H. Mousavi, M. Shenvi, and C. Sandu, „Experimental Study for Free Rolling of Tires on Ice," *Paper no. IDETC2019-97846, Proc. of The ASME IDETC/CIE Aug. 18-21, 2019*, Anaheim, California, USA, 2019.
[9] M. Schreiber, and H. Kutzbach, "Comparison of different zero-slip definitions and a proposal to standardize tire traction performance," *Journal of Terramechanics,* vol. 44, pp. 75-79, 2007.
[10] B. Jacobson, *Vehicle Dynamics. Compendium*, Chalmers, Sweden: Chalmers University of Technology, 2017.
[11] I. Preda, "Theoretical estimation of the drawbar pull for two-axle automotive vehicles," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering,* vol. 1220, no. 012013, 2022/01/01, 2022.
[12] H. B. Pacejka, *Tyre and Vehicle Dynamics*, Second ed., 2006.
[13] P. W. A. Zegelaar, "The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevenesses," Technische Universiteit Delft, 1998.
[14] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Warrendale, USA: SAE, 1992.
[15] H. A. Hamersma, T. R. Botha, and P. S. Els, "Kinetic vs. kinematic roll radius on rough roads.," in 18th International Conference of the ISTVS, September 22–25, 2014., Seoul, Korea, 2014, pp. 1–6.
[16] Y. Wei *et al.*, "A theoretical model for the tread slip and the effective rolling radius of the tyres in free rolling," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering,* vol. 231, no. 11, pp. 1461-1470, 2017/09/01, 2017.
[17] I. Preda, "Ecuația generală de mișcare – nimic mai simplu!? (The general equation of motion - nothing simpler!?)," *Ingineria Automobilului*, no. 57, pp. 9-15, Dec, 2020.
[18] M. Mitschke, and H. Wallentowitz, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, 5. Auflage ed., Berlin: Springer, 2014.
[19] V. Vantsevich et al., "Tire Longitudinal Elasticity and Effective Rolling Radii: Experimental Method and Data," *SAE Technical Papers*, vol. Kistler, no. 2005-01-1823, 04/11, 2005.